

DOĞRUSAL DENKLEMLER



ALTIN BEYİN

M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

M.8.2.2.2. Koordinat sistemini özellikleriyle tanıır ve sıralı ikilileri gösterir.

M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder.

M.8.2.2.4. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.

M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar.

M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.

DENKLEM ÇÖZME

- Önce içler dışlar çarpımı yapalım. $\frac{x-2}{4} = \frac{x-3}{2}$
 $2 \cdot (x-2) = 4 \cdot (x-3)$
- $2x$ karşı tarafa $-2x$ olarak geçer. $2x-4 = 4x-12$
 -12 karşı tarafa $+12$ olarak geçer. $-4+12 = 4x-2x$
- Her iki tarafı da 2'ye bölelim. $\frac{8}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow 4 = x$

- Bir sayının 6 fazlası $\rightarrow x+6$
- Bir sayının 5 eksiği $\rightarrow x-5$
- Bir sayının 2 katı $\rightarrow 2x$
- Bir sayının $\frac{1}{3}$ 'ü $\rightarrow \frac{x}{3}$



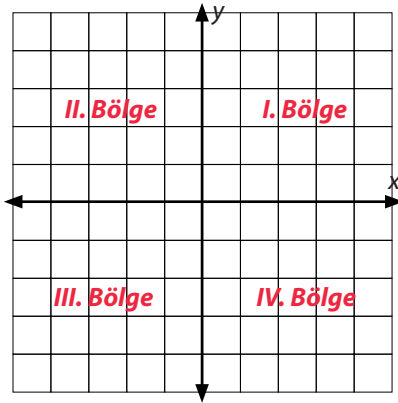
DENKLEM ÇÖZÜMÜNDE DİKKAT ET!

- İçler dışlar çarpımı için eşitliğin diğer tarafı da rasyonel yazılmalıdır. $\frac{x+2}{5} = \frac{6}{1}$
- İçler dışlar çarpımı için önce eşitliğin sol tarafındaki çıkarma işlemi yapılmalı. $\frac{1}{3x} - \frac{3}{x} = \frac{10}{3}$
- Rasyonel denklemlerde parantezin önünde (-) işareti varsa bu işaret parantezin içindeki terimlere dağıtılır.

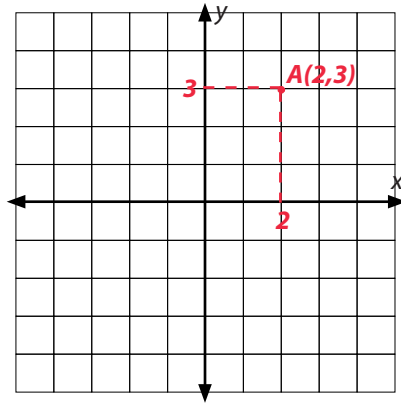
- Bir sayının yarısının 5 eksiği $\rightarrow \frac{x}{2} - 5$
- Bir sayının 2 eksiğinin yarısı $\rightarrow \frac{x-2}{2}$
- Bir sayının karesinin 5 fazlası $\rightarrow x^2+5$
- Bir sayının 2 fazlasının $\frac{1}{3}$ 'ü $\rightarrow \frac{x+2}{3}$

KOORDİNAT SİSTEMİ

BÖLGELER



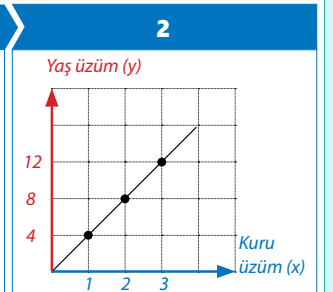
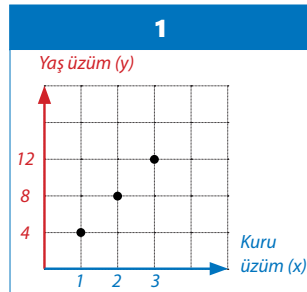
SIRALI İKİLİ



DOĞRUSAL İLİŞKİ

1 kg kuru üzüm elde edebilmek için ortalama 4 kg yaş üzümü kurutmak gerekir. **(1,4), (2,8), (3,12) ...**

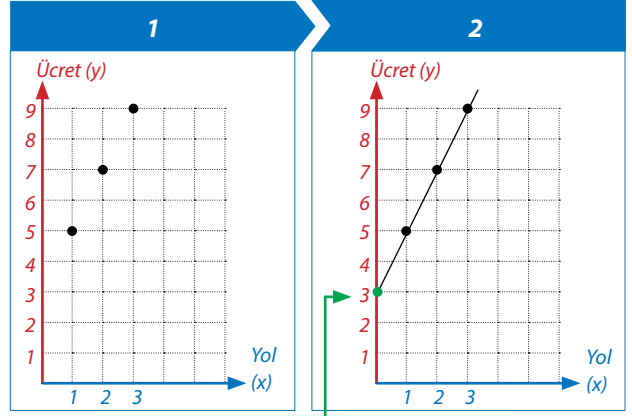
Kuru üzüm(kg) (x)	Kuru üzümü elde etmek için gerekli olan yaş üzüm(kg) (y)	İlişki
1	1.4 = 4	4'ün 1 katı
2	2.4 = 8	4'ün 2 katı
3	3.4 = 12	4'ün 3 katı
⋮	⋮	⋮
x	x.4 = y	4'ün x katı



DOĞRUSAL İLİŞKİ

Bir takside taksimetrenin açılış ücreti 3 ₺ dir. Ayrıca taksimetre her kilometrede 2 ₺ yazar.

Yol(km) (x)	Ücret(₺) (y)	İlişki
1	$3+1.2=5$	3'e 2'nin 1 katının eklenmesi
2	$3+2.2=7$	3'e 2'nin 2 katının eklenmesi
3	$3+3.2=9$	3'e 2'nin 3 katının eklenmesi
⋮	⋮	⋮
x	$3+x.2=y$	3'e 2'nin x katının eklenmesi



Taksimetre başlangıç ücreti 3 ₺ olduğu için grafik bu noktadan başladı

Yol(x) ve Ücret(₺) miktarlarını sıralı ikililer halinde yazıp çizgi grafiğinde gösterelim. (1,5), (2,7), (3,9) ...

DOĞRUSAL İLİŞKİLERİN DENKLEMİ

x ve y birer değişken olmak üzere $ax + by + c = 0$ şeklinde gösterilen denklere doğrusal denklem denir.

$$ax + by + c = 0$$

Bu gösterimde a ve b katsayı c sabit terim'dir.

a ve b → Katsayı
c → Sabit terim

$ax + by + c = 0$ genel formunda a,b ve c yerine farklı sayılar yazarak doğrusal denklemler üretelim.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 5 &= 0 \\ 4x - 2y + 6 &= 0 \\ -5x - 7y - 8 &= 0 \end{aligned}$$

a ve b katsayılarının her ikisi birden aynı anda "0" olamaz.

$$\begin{aligned} 0x + 0y + 5 &\neq 0 \\ 5 &\neq 0 \end{aligned}$$

Denklemler $ax + by + c = 0$ genel formunda verilmese bile bu forma dönüştürebiliriz.

$$\begin{aligned} y &= 2x + 7 \\ -2x + y - 7 &= 0 \end{aligned}$$

BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ DEĞİŞKEN



Taksi ile yapılan yolculukların ücreti taksimetre ile belirlenir. Bir takside taksimetrenin açılış ücreti 3 ₺ dir. Ayrıca taksimetre her kilometrede 2 ₺ yazar.

BAĞIMLI DEĞİŞKEN
Ücret(y)

$$y = 2x + 3$$

Yol(x)

BAĞIMSIZ DEĞİŞKEN

Yanda verilen denklemden yol(x) arttıkça ücret(y) yola bağlı olarak artacaktır.

$$x=1 \text{ için } y = 2.1+3 \rightarrow y=5$$

$$x=2 \text{ için } y = 2.2+3 \rightarrow y=7$$

$$x=3 \text{ için } y = 2.3+3 \rightarrow y=9$$

Bağımsız değişken(x) : Bizim değiştirdiğimiz değişkendir.

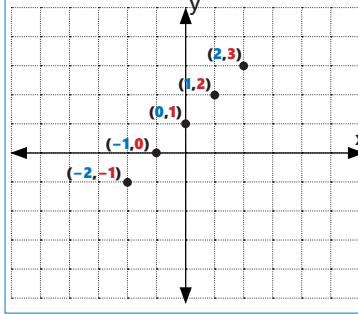
Bağımlı değişken(y) : Bağımsız değişkene bağlı olarak değişen değişkendir.

$y = x+1$ Doğrusunun belirttiği grafiği adım adım çizelim.

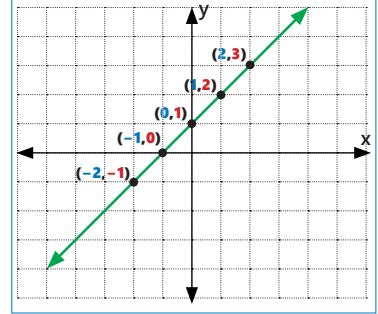
x 'e değerler verip y 'nin alacağı değerleri bulalım.

x	$x+1$	y	(x,y)
-2	-2+1	-1	$(-2,-1)$
-1	-1+1	0	$(-1,0)$
0	0+1	1	$(0,1)$
1	1+1	2	$(1,2)$
2	2+1	3	$(2,3)$

Bulduğumuz değerleri koordinat düzleminde işaretleyelim.



İşaretlediğimiz noktaları birleştirelim



$y = x+2$ Doğrusunun belirttiği grafiği eksenleri kestiği noktaları bularak çizelim.

$x=0$ değerini verdiğimizde y (ordinat) eksenini kestiği nokta bulunur. $(0, \square)$

$$ax + by + c = 0$$

$y=0$ değerini verdiğimizde x (apsis) eksenini kestiği nokta bulunur. $(\square, 0)$

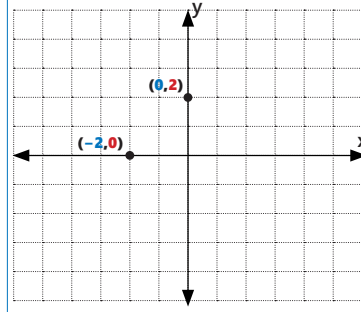
$y=x+2$ denkleminin eksenleri kestiği noktaları tabloda bulalım

x	y	(x,y)
0	2	$(0,2)$
-2	0	$(-2,0)$

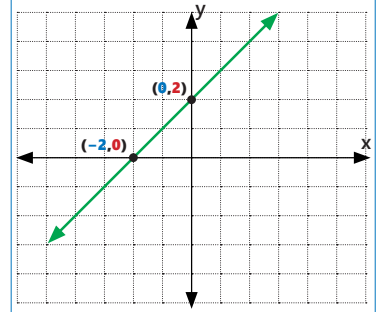
$$y=0+2 \rightarrow y=2$$

$$0=x+2 \rightarrow x=-2$$

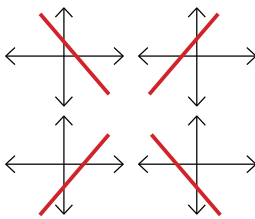
Bulduğumuz değerleri koordinat düzleminde işaretleyelim.



İşaretlediğimiz noktaları birleştirelim



EKSENLERİ KESEN DOĞRULAR



$$y = x - 4$$

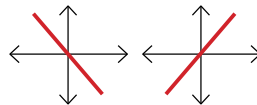
$$2y = x - 5$$

$$x = 3y + 4$$

$$2x + 3y - 4 = 0$$

Doğrusal denklemde **sabit sayılar** varsa doğru eksenleri keser

ORIJİNDEN GEÇEN DOĞRULAR



$$y = x$$

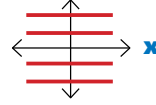
$$y = -x$$

$$y = -4x$$

$$x = 3y$$

Doğrusal denklemde **sabit sayı yoksa** ve $x=0$ için $y=0$ ise doğru orijinden geçer.

X EKSENİNE PARALEL DOĞRULAR



$$y = 2$$

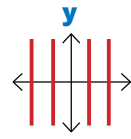
$$y = 4$$

$$y = -5$$

$$y = 0$$

$y = (\text{sabit sayı})$ şeklinde ise x eksenine paraleldir.

Y EKSENİNE PARALEL DOĞRULAR



$$x = 4$$

$$x = 2$$

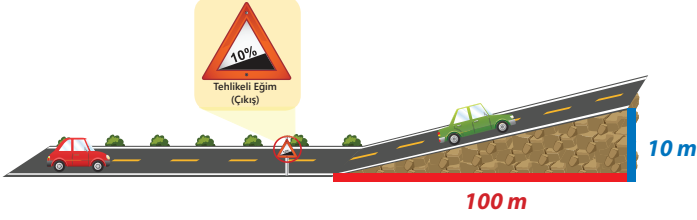
$$x = 3$$

$$x = 0$$

$x = (\text{sabit sayı})$ şeklinde ise y eksenine paraleldir.

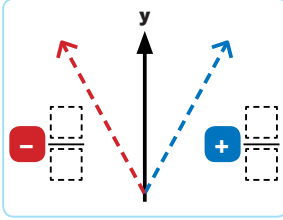
EĞİMİN TANIMI

Bir rampanın eğimi *dikey uzunluğun yatay uzunluğa* oranı ile bulunur. Eğim "m" harfiyle gösterilir.

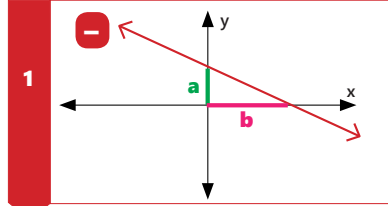


$$m = \frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}} = \frac{10}{100} = \%10$$

EĞİMİN İŞARETİ



Koordinat düzleminde doğrular sola yatık ise eğim negatif, sağa yatık ise eğim pozitifdir.

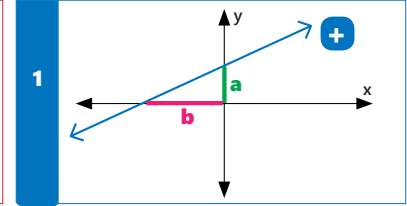


Doğrunun altında bir dik üçgen oluşturulup dikey uzunluk(a) yatay uzunluğa(b) oranlanır.

$$\frac{a}{b}$$

Doğru sola yatık olduğu için oranın önüne (-) işareti konulur

$$-\frac{a}{b}$$



Doğrunun altında bir dik üçgen oluşturulup dikey uzunluk(a) yatay uzunluğa(b) oranlanır.

$$\frac{a}{b}$$

Doğru sağa yatık olduğu için oranın önüne (+) işareti konulur

$$+\frac{a}{b}$$

DOĞRUSAL DENKLEMLERDE Y'İ X CİNSİNDEN YAZMA

1 $3x+2y-6=0$ denkleminde y'yi x cinsinden yazalım. (y'i yalnız bırakalım.)

$$3x+2y-6=0$$

2 $+3x$ ve -6 terimlerini karşı tarafa atalım.
 $+3x$ karşı tarafa $-3x$ olarak geçer.
 -6 karşı tarafa $+6$ olarak geçer.

$$3x+2y-6=0$$

$$2y = -3x+6$$

3 Şimdi de y'yi yalnız bırakmak için eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.

$$\frac{2y}{2} = \frac{-3x+6}{2} \rightarrow y = \frac{-3x}{2} + \frac{6}{2}$$

Doğru denklemlerinde y'yi yalnız bıraktığımızda x'in katsayısı eğimi verir.

$$y = ax$$

Eğim

$$y = 3x$$

Eğim

$$y = ax+b$$

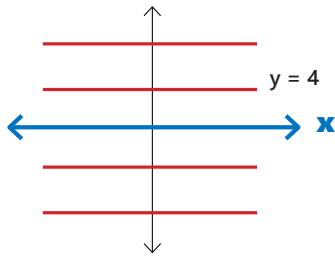
Eğim

$$y = -5x+7$$

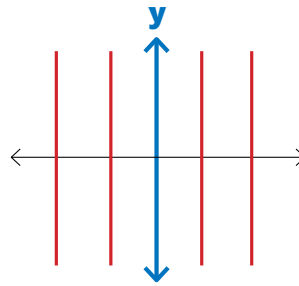
Eğim

Eksenlere paralel doğruların eğimleri:

x eksenine paralel doğruların eğimleri 0'dır.



$$m = 0$$



$$m = \text{Tanımsız}$$

y eksenine paralel doğruların eğimleri tanımsızdır. Yani yoktur.

DOĞRU DENKLEMLERİNDE EĞİM